ZAKAJ PREISKOVATI GLOBLJE?

Mitja Luštrek, Matjaž Gams
Odsek za inteligentne sisteme
Institut Jožef Stefan
Jamova cesta 39, 1000 Ljubljana, Slovenija
Telefon: +386 1 4773380; telefaks: +386 1 4773131
E-pošta: mitja.lustrek@ijs.si

Ivan Bratko
Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani
Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana, Slovenija

POVZETEK

Iz prakse je znano, da pri igranju iger z minimaksom in pri reševanju problemov z miniminom dobimo boljše rezultate, če preiskujemo globlje. Prispevek razloži mehanizem, zaradi katerega to velja: medsebojni vpliv hevrističnih vrednosti bratskih vozlišč v preiskovalnem drevesu povzroči, da je napaka njihovega minimuma ali maksimuma manjša od napake samih vozlišč.

1 UVOD

Hevristično preiskovanje je pogost način reševanja problemov. Ena njegovih najbolj znanih oblik je preiskovanje z minimaksom, ki se uporablja za igranje iger, kakršna je denimo šah. Za programe za igranje iger je znano, da igrajo bolje, kadar 'premislijo' več potez naprej, torej kadar drevo igre preiščejo globlje. Vendar so prvi poizkusi [1, 8], da bi to formalno utemeljili, pokazali, da globlje preiskovanje daje slabše rezultate. Ta pojav je bil poimenovan patologija minimaksa in je pozornost raziskovalcev odvrnil od vprašanja, zakaj je koristno preiskovati globlje. V tem prispevku obravnavamo to vprašanje pri preiskovanju z minimaksom in miniminom.

Igranje igre predstavimo z drevesom igre, v katerem so vozlišča položaji, povezave med njimi pa poteze. V korenu je trenutni položaj, za izbiro poteze pa moramo najti njegovega najboljšega naslednika. V ta namen preiščemo del drevesa pod korenom, vozlišča na robu preiskanega prostora hevristično ocenimo in ocene prenesemo v naslednike korena. Hevristične ocene vozlišč ustrezajo pričakovanim izidom igre, ki jih iz njih lahko dosežemo. Prenašamo jih po načelu minimaksa: vozliščem na nivojih maks, kjer smo na potezi mi, pripišemo maksimum vrednosti naslednikov, ker svoj izid želimo maksimizirati, vozliščem na nivojih min, kjer je na potezi nasprotnik, pa minimum, ker nasprotnik naš izid želi minimizirati. Preiskovanje z miniminom se uporablja za reševanje enoagentnih problemov, kakršen je denimo iskanje najkrajše poti. Od preiskovanja z minimaksom se razlikuje le po tem, da so vsa vozlišča vrste min, ker navadno stremimo k čim krajši rešitvi.

V poglavju 2 bomo opisali, kako so se problema patologije in z njo povezane koristnosti globljega preiskovanja lotevali raziskovalci v preteklosti, ter pojasnili, v čem se naša obravnava od njihovega dela razlikuje. V poglavju 3 bomo podrobno razložili mehanizem, ki globlje preiskovanje z minimaksom naredi koristno. V poglavju 4 bomo pokazali, da je isti mehanizem na delu tudi pri preiskovanju z miniminom. S poglavjem 5 bomo prispevek sklenili.

2 SORODNO DELO IN KAKO SE BOMO PROBLEMA LOTILI MI

V preteklosti je bila preiskovalna patologija deležna večje pozornosti kot mehanizem, ki globlje preiskovanje naredi koristno. Je pa res, da je razlaga, zakaj preiskovanje ni patološko, hkrati razlaga, zakaj je preiskovati globlje koristno. Razlika je predvsem v tem, da so razlage patologije največkrat privzele, da je preiskovanje patološko in da je v model preiskovanja treba uvesti lastnosti, ki to odpravijo, naš model preiskovanja že v osnovi ni patološki in bomo na njem le pokazali, zakaj je tako.

Večina preteklih modelov preiskovanja z minimaksom je poznala le dve pravi vrednosti položajev: poraz in zmago. Hevristični vrednosti sta bili v nekaterih modelih prav tako dve [1-3, 10], v nekaterih pa jih je bilo več [8, 9, 11]. Obeh vrst modeli so se navadno izkazali za patološke, dokler niso avtorji vanje uvedli kake posebne lastnosti, ki je bila največkrat podobnost vrednosti bližnjih vozlišč [2, 3, 9-11].

Naš model preiskovanja uporablja realne prave in hevristične vrednosti položajev. Razlog za to je, da mnogih iger z zgolj dvema vrednostma ni mogoče dobro igrati, čeprav sta možna izida le dva (to je bilo ugotovljeno tudi eksperimentalno [11]). Z dvema vrednostma se je sicer moč premikati med samimi dobljenimi položaji, dejansko zmagati pa se da le po naključju ali s pomočjo pomnjenja preteklih položajev in izogibanja njihovemu ponavljanju. Za pravočasno zmago je zato treba razlikovati med različnimi dobljenimi (ali izgubljenimi, če so na voljo le taki) položaji. Kot prave vrednosti razumemo tiste, ki to nalogo opravljajo najbolje možno, hevristične pa so njihov približek.

Realnovrednostni model minimaksa smo uporabljali že v preteklosti, tudi za razlago koristnosti globljega preiskovanja [5, 7]. Tovrstnih razlag za minimin pa iz literature ne poznamo. Na področju minimina je bilo narejenih le nekaj raziskav o patologiji [4, 6].

3 PREISKOVANJE Z MINIMAKSOM

3.1 Razlaga na enostavnem modelu

Za razlago koristnosti globljega preiskovanja z minimaksom bomo uporabili enostaven model, ki ima vejitev $b = 2$, pravi vrednosti bratskih vozlišč pa se povsod razlikujeta za 1. Napako hevrističnih ocen položajev bomo ponazorili z normalno porazdeljenim šumom, katerega standardni odklon $\sigma_e = 1$. Zanimala nas bo predvsem napaka poteze, ki je verjetnost, da v vozlišču izberemo napačno potezo zaradi napake hevrističnih ocen položajev v njegovih naslednikih. Nas cilj je pokazati, da napaka poteze v korenu drevesa igre z globino preiskovanja pada.

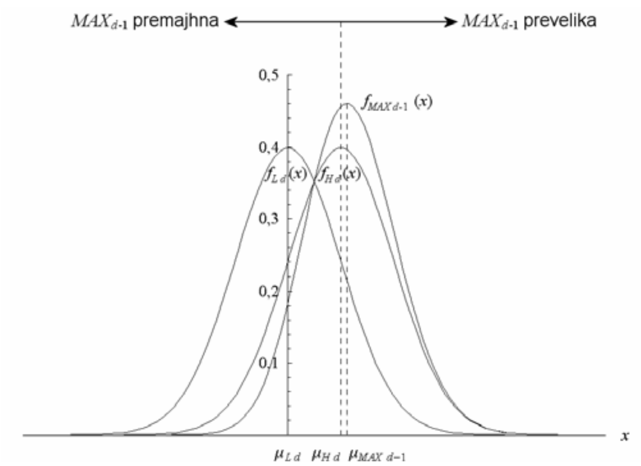
Vozlišče na nivoju $i - 1$ ima dva sinova, katerih hevristični vrednosti sta slučajni spremenljivki L_i (manjša) in H_i (večja) s srednjima vrednostma $\mu_{L\,i}$ in $\mu_{H\,i}$. Hevristične vrednosti na najnižjem nivoju preiskovanja d imenujemo statične. Porazdeljene so normalno: srednji hevristični vrednosti bratskih vozlišč sta $\mu_{L\,d}$ in $\mu_{H\,d}$ (obenem sta to tudi pravi vrednosti teh vozlišč), njun standardni odklon pa je σ_e. Gostota njunih porazdelitev je podana z enačbama (1).

$$f_{L\,d}(x) = \frac{1}{\sigma_e\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu_{L\,d})^2}{2\sigma_e^2}} \qquad f_{H\,d}(x) = \frac{1}{\sigma_e\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu_{H\,d})^2}{2\sigma_e^2}} \tag{1}$$

Če je nivo $i - 1$ vrste maks, je vrednost vozlišča na njem slučajna spremenljivka $MAX_{i-1} = \max(L_i, H_i)$, gostota njene porazdelitve pa se izračuna z enačbo (2).

$$\begin{aligned} f_{MAX\,i-1}(x) &= f_{H\,i}(x)P(L_i < x) + f_{L\,i}(x)P(H_i < x) = \\ &= f_{H\,i}(x)\int_{-\infty}^{x} f_{L\,i}(l)dl + f_{L\,i}(x)\int_{-\infty}^{x} f_{H\,i}(h)dh \end{aligned} \tag{2}$$

Gostote porazdelitev L_d, H_d in MAX_{d-1} kaže slika 1. Spremenljivka MAX_{d-1} v nasprotju z L_d in H_d ni porazdeljena normalno, čeprav to na prvi pogled ni očitno. Njeno porazdelitev smo dobili z numerično integracijo.



Slika 1. *Gostote porazdelitev statičnih hevrističnih vrednosti bratskih vozlišč in hevristične vrednosti njunega starša pri minimaksu.*

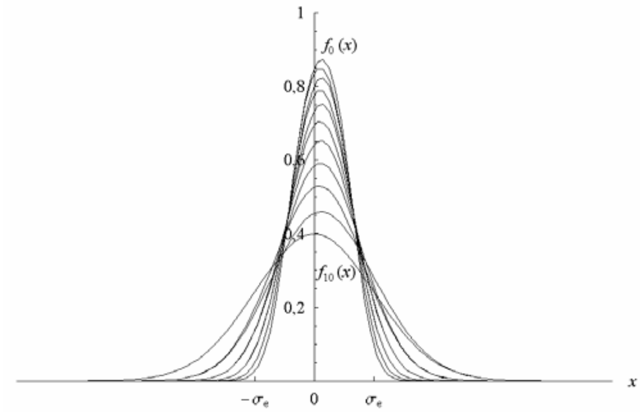
Na sliki 1 vidimo, da je vzpetina krivulje starša ($f_{MAX\,d-1}$) ožja od vzpetin krivulj njegovih sinov ($f_{L\,d}$ in $f_{H\,d}$), kar pomeni, da je varianca hevristične vrednosti starša manjša. Ker je razlika med pravimi vrednostmi bratskih vozlišč konstantna, je taka tudi razlika med njihovimi srednjimi hevrističnimi vrednostmi. Zato na napako poteze vpliva le varianca: pri manjši varianci je napaka poteze manjša.

Najprej razložimo, zakaj maksimum povzroči zmanjšanje variance. Če manjša od vrednosti bratskih vozlišč ne bi imela vpliva na vrednost svojega starša, bi bila $f_{MAX\,i-1}$ enaka $f_{H\,i}$. Ker to ne drži, si moramo ogledati dva primera, označena na vrhu slike 1. Kadar je MAX_{i-1} prevelika ($MAX_{i-1} > \mu_{H\,i}$), je najverjetnejši razlog za to, da je prevelika H_i ($H_i > \mu_{H\,i}$). Manj verjeten razlog pa je, da H_i sicer ni prevelika ($H_i \leq \mu_{H\,i}$), je pa močno prevelika L_i ($L_i > \mu_{H\,i}$). Kadar je MAX_{i-1} premajhna ($MAX_{i-1} < \mu_{H\,i}$), mora biti premajhna tudi H_i ($H_i < \mu_{H\,i}$), kar se zgodi z enako verjetnostjo, kot da je prevelika. Lahko pa napako H_i popravi L_i s tem, da je večja od H_i ($H_i < L_i \leq \mu_{H\,i}$). Ker je verjetnost za manjše L_i večja kot za večje, je koristni učinek L_i v drugem primeru večji od škodljivega v prvem. Zato L_i pravilnosti svojega starša MAX_{i-1} koristi bolj kot škoduje.

Če je nivo $i - 1$ vrste min, je vrednost vozlišča na njem slučajna spremenljivka $MIN_{i-1} = \min(L_i, H_i)$, gostota njene porazdelitve pa se izračuna z enačbo (3). Slika in razlaga učinkov minimuma je domala enaka kot pri maksimumu.

$$\begin{aligned} f_{MIN\,i-1}(x) &= f_{L\,i}(x)P(H_i > x) + f_{H\,i}(x)P(L_i > x) = \\ &= f_{L\,i}(x)\int_{x}^{\infty} f_{H\,i}(h)dh + f_{H\,i}(x)\int_{x}^{\infty} f_{L\,i}(l)dl \end{aligned} \tag{3}$$

Enačbi (1) opisujeta gostoti porazdelitve na najnižjem nivoju preiskovanja, za vsak višji nivo pa je gostoto porazdelitve moč izračunati rekurzivno z izmenično uporabo enačb (2) in (3). Gostote porazdelitev hevrističnih vrednosti za vse nivoje pri $d = 10$ so prikazane na sliki 2.

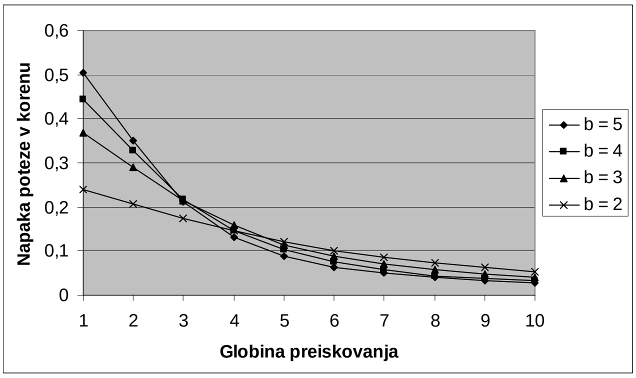


Slika 2. *Gostote porazdelitev hevrističnih vrednosti za deset nivojev pri minimaksu.*

Na sliki 2 vidimo, da se vzpetine krivulj gostot porazdelitev hevrističnih vrednosti proti vrhu drevesa igre ožijo, kar pomeni, da se varianca hevrističnih vrednosti manjša. Zaradi enostavnosti modela gostote porazdelitev na sliki ustrezajo tudi hevrističnim vrednostim v korenu pri različnih globinah preiskovanja: od f_{10} pri $d = 0$ do f_0 pri $d = 10$. Torej se varianca hevrističnih vrednosti v korenu in posledično napaka poteze z globino preiskovanja manjša.

3.2 Posplošitev modela

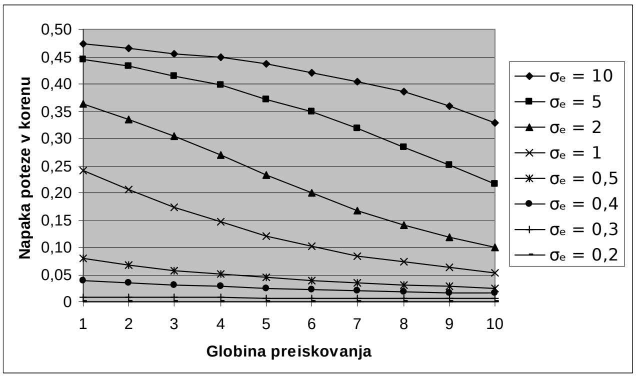
Najprej si oglejmo, kaj se zgodi pri **vejitvah drevesa igre** večjih od 2. Slika 3 kaže napako poteze v korenu v odvisnosti od globine preiskovanja pri različnih vejitvah; razlika med pravimi vrednostmi bratskih vozlišč je še vedno 1, največja globina preiskovanja $d_{max} = 10$ in $\sigma_e = 1$.



Slika 3. *Napaka poteze v korenu v odvisnosti od globine preiskovanja pri različnih vejitvah.*

Na sliki 3 vidimo, da je globlje preiskovanja z minimaksom pri večjih vejitvah bolj koristno. Pri plitvih preiskovanjih je napaka poteze v korenu pri večjih vejitvah večja, ker je izbrati pravo potezo med več potezami teže kot med manj. Pri globljih preiskovanjih velja obratno. Kot vemo, v vozliščih na nivojih maks manjša hevristična vrednost sina popravi večjo. Če imamo manjših hevrističnih vrednosti več, ima vsaka od njih enak koristen učinek, tako da je skupna korist večja kot od ene same manjše vrednosti. Na nivojih min je podobno.

Slika 4 kaže napako poteze v korenu v odvisnosti od globine preiskovanja pri različnih **standardnih odklonih statičnega šuma**; $b = 2$, razlika med pravimi vrednostmi bratskih vozlišč je 1 in $d_{max} = 10$.



Slika 4. *Napaka poteze v korenu v odvisnosti od globine preiskovanja pri različnih σ_e.*

Na sliki 4 vidimo, da se napaka poteze pri povečanju globine preiskovanja najbolj zmanjša pri $\sigma_e = 1$, pri večjih in manjših σ_e pa je preiskovanje manj koristno. Če je varianca hevrističnih vrednosti majhna, na nivojih maks manjše vrednosti največje navadno sploh ne dosežejo, zato je ne morejo popraviti in je pri majhnih σ_e koristi od preiskovanja malo (na nivojih min je podobno). Pri večjih σ_e se napaka poteze približa 0,5, kar je pri $b = 2$ največje možna napaka, ki pomeni naključne odločitve. Če je napaka blizu 0,5 že pri srednjih globinah, se pri majhnih ne more več dosti poslabšati, kar zmanjša koristnost preiskovanja do srednjih globin v primerjavi z majhnimi. Velike globine so v primerjavi s srednjimi še vedno koristne, ker ima tam napaka na voljo dovolj nivojev, da se zadosti oddalji od 0,5.

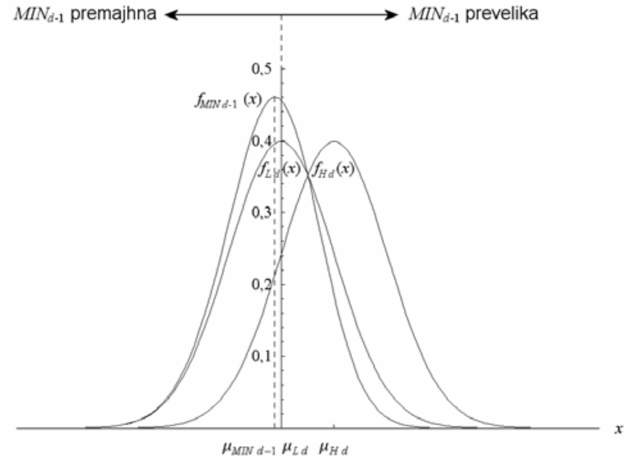
Posvetimo se še **razliki med pravimi vrednostmi bratskih vozlišč** v drevesu igre. Zanima nas, ali bi bile prave vrednosti lahko porazdeljene tako, da bi prišlo do patologije – ali bi lahko izničile opisani koristni učinek globljega preiskovanja z minimaksom. Denimo, da povsem splošno drevo igre preiskujemo do globin d in $d + 1$. Preiskovanje do globine $d + 1$ si predstavljajmo kot preiskovanje do globine d, kjer namesto običajne hevristične ocenjevalne funkcijo e uporabimo e'. Funkcija e' preiskovanje poglobi za en nivo in nato pokliče e. Vemo, da vsak nivo preiskovanja varianco hevrističnih vrednosti zmanjša, s tem pa zmanjša tudi napako poteze. Torej je funkcija e', kar se tiče napake poteze, bolj točna od e, to pa pomeni, da je napaka pri preiskovanju do globine $d + 1$ manjša kot pri preiskovanju do globine d in do patologije ne more priti.

4 PREISKOVANJE Z MINIMINOM

Razlago koristnosti globljega preiskovanja z miniminom bomo izpeljali na enak način, kot smo to storili za minimaks. Uporabili bomo enostaven model preiskovanja, ki je enak enostavnem modelu pri minimaksu, torej ima vejitev 2 in razliko med pravima vrednostma bratskih vozlišč povsod 1, le da so vsa njegova vozlišča vrste min. Napako hevristične ocenjevalne funkcije bomo zopet ponazorili z normalno porazdeljenim šumom s standardnim odklonom 1. Tudi patologijo bomo obravnavali na enak način kot pri minimaksu.

Hevristične vrednosti vozlišč pri miniminu so porazdeljene podobno kot pri minimaksu. Vozlišče na nivoju $i - 1$ enostavnega modela ima dva sinova, katerih hevristični vrednosti sta slučajni spremenljivki L_i (manjša) in H_i (večja) s srednjima vrednostma $\mu_{L\,i}$ in $\mu_{H\,i}$. Statične hevristične vrednosti so porazdeljene normalno, gostoti porazdelitev statičnih hevrističnih vrednosti bratskih vozlišč pa sta podani z enačbama (1), ki veljata tudi pri minimaksu. Hevristična vrednost vozlišča na nivoju $i - 1$ je slučajna spremenljivka $MIN_{i-1} = \min(L_i, H_i)$, gostota njene porazdelitve pa se izračuna z enačbo (3), ki je takisto znana iz modela minimaksa. S tema dvema enačbama lahko rekurzivno izračunamo porazdelitev hevristične vrednosti na kateremkoli nivoju.

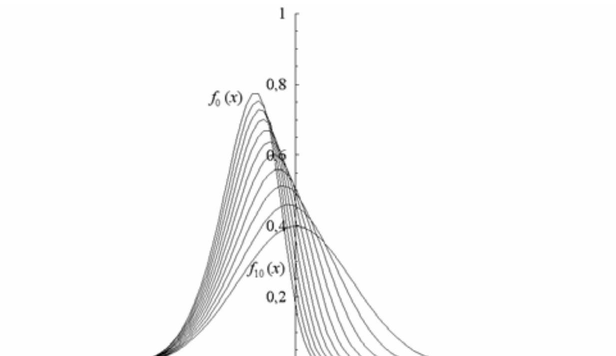
Sliki 1, ob kateri smo razložili koristnost globljega preiskovanja z minimaksom, pri preiskovanju z miniminom ustreza slika 5: na njej so prikazane gostote porazdelitev L_d, H_d in MIN_{d-1}.



Slika 5. *Gostote porazdelitev statičnih hevrističnih vrednosti bratskih vozlišč in hevristične vrednosti njunega starša pri miniminu.*

Na sliki 5 vidimo, da je pri preiskovanju z miniminom enako kot pri minimaksu vzpetina krivulje starša ($f_{MIN\,d-1}$) ožja od vzpetin krivulj njegovih sinov ($f_{L\,d}$ in $f_{H\,d}$) in da je torej varianca hevristične vrednosti starša manjša, kar zmanjša napako poteze. Razlaga za zmanjšanje variance je enaka kot pri minimaksu: MIN_{i-1} je podobna L_i, kadar je prevelika, jo H_i zmanjša, kadar je premajhna, pa jo H_i lahko naredi še manjšo. Ker je vpliv H_i v prvem primeru večji kot v drugem, pravilnosti svojega starša koristi bolj kot škodi.

Sliki 2, kjer so prikazane gostote porazdelitev hevrističnih vrednosti za več nivojev pri minimaksu, pri miniminu ustreza slika 6: na njej vidimo gostote porazdelitev hevrističnih vrednosti za vse nivoje pri $d = 10$.



Slika 6. *Gostote porazdelitev hevrističnih vrednosti za deset nivojev pri miniminu.*

Na sliki 6 vidimo, da se vzpetine krivulj gostot porazdelitev hevrističnih vrednosti proti vrhu preiskovalnega drevesa ožijo, kar pomeni manjšo varianco hevrističnih vrednosti. Zato se z globino preiskovanja manjša tudi varianca hevrističnih vrednosti v korenu in torej napaka poteze.

Enostavni model preiskovanja z miniminom bi lahko posplošili enako, kot smo to storili pri minimaksu. Podobnost razlage koristnosti globljega preiskovanja z miniminom in minimaksom nam pove, da bi v vseh točkah prišli do enakih ugotovitev: da sklepi, ki smo jih naredili na podlagi enostavnega modela, veljajo tudi za posplošenega.

5 ZAKLJUČEK

V prispevku smo pokazali, zakaj globlje preiskovanje z minimaksom in miniminom daje boljše rezultate od plitvejšega. Na koristnost globljega preiskovanja sicer vplivajo mnogi dejavniki, nekateri lahko opisani mehanizem tudi preglasijo in povzročijo patologijo, a naša razlaga vseeno velja dokaj splošno.

Literatura

[1] Beal, D. F. (1980). An analysis of minimax. V Advances in Computer Chess 2 (Clarke, M. R. B., ur.), 103-109. Edinburgh University Press, Edinburgh, VB.

[2] Beal, D. F. (1982). Benefits of minimax search. V Advances in Computer Chess 3 (Clarke, M. R. B., ur.), 17-24. Pergamon Press, Oxford, VB.

[3] Bratko, I., in Gams, M. (1982). Error analysis of the minimax principle. V Advances in Computer Chess 3 (Clarke, M. R. B., ur.), 1-15. Pergamon Press, Oxford, VB.

[4] Bulitko, V., Li, L., Greiner, R., in Levner, I. (2003). Lookahead pathologies for single agent search. V zborniku International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), Posters Section, Acapulco, Mehika, 1531-1533.

[5] Luštrek, M., Bratko, I., in Gams, M. (2005). Why minimax works: An alternative explanation. V zborniku International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), Edinburgh, VB, 212-217.

[6] Luštrek, M., in Bulitko, V. (2006). Lookahead pathology in real-time path-finding. V zborniku National Conference for Artificial Intelligence (AAAI), Learning for Search Workshop, Boston, ZDA, 108-114.

[7] Luštrek, M., Gams, M., in Bratko, I. (2006). Is real-valued minimax pathological? Artificial Intelligence, 170 (6-7), 620-642.

[8] Nau, D. S. (1979). Quality of decision versus depth of search on game trees. Doktorska disertacija, Duke University.

[9] Nau, D. S. (1982). An investigation of the causes of pathology in games. Artificial Intelligence, 19 (3), 257-278.

[10] Pearl, J. (1983). On the nature of pathology in game searching. Artificial Intelligence, 20 (4), 427-453.

[11] Scheucher, A., in Kaindl, H. (1998). Benefits of using multivalued functions for minimaxing. Artificial Intelligence, 99 (2), 187-208.