

# PATOLOGIJA MINIMIN PREISKOVANJA

Aleš Tavčar, Mitja Luštrek, Matjaz Gams  
Odsek za inteligentne sisteme  
Institut "Jožef Stefan"  
Jamova cesta 39, 1000 Ljubljana, Slovenija  
{ales.tavcar,mitja.lustrek,matjaz.gams}@ijs.si

## POVZETEK

Do preiskovalne patologije naletimo, ko globlje preiskovanje dreves iger, v določenih primerih, daje slabše rezultate, kot plitvejše. Na ta pojav so raziskovalci naleteli pri proučevanju algoritma minimaksa, ki se uporablja pri igranju iger. V tem prispevku se ukvarjamo s patološkimi modeli enoagentnega (minimin) preiskovanja, ter obravnavamo dejavnike, ki vplivajo na patologijo: vejitve, zrnatost in odvisnost.

## 1 UVOD

Z enoagentnim preiskovanjem se srečujemo v primerih, ko agentu pri iskanju najboljše rešitve nihče ne nasprotuje, tako kot je to pri igranju za dva igralca. Pri iskanju najkrajše poti se igralec neovirano premika npr. po zemljevidu in išče poteze, ki ga bodo privedle do iskanega cilja.

Podobno kot pri igranju z dvema igralcema, lahko tudi pri tej vrsti preiskovanja uporabimo predstavitev z drevesom igre, kjer vozlišča predstavljajo položaje, povezave pa možne poteze. V listih pa se nahajajo vrednosti, ki označujejo kakovost rešitve in ne le zmago ali poraz. Bistvena razlika med enoagentnim preiskovanjem in igranjem za dva igralca pa je način prenosa vrednosti v listih do korena drevesa. Te vrednosti prenašamo z miniminom, torej vrednost nekega vozlišča določimo tako, da izberemo najmanjšo vrednost v sinovih tega vozlišča.

Pri igranju iger običajno pregledamo drevo igre od trenutnega položaja do neke globine, stanja tam hevristično ocenimo in te ocene prenesemo nazaj do korena drevesa, ter se na njihovi podlagi odločimo za ustrezno potezo. Opis daje slutiti, da globlje preiskovanje daje boljše rezultate, kar se tudi pokaže v praksi. Matematične analize modelov [1, 2, 3] pa so pokazale ravno nasprotno: v nekaterih primerih globlje preiskovanje daje slabše odločitve. Ta pojav se imenuje *preiskovalna patologija*.

Patologija minimaksa je že dodobra raziskana, istega pa ne moremo trditi za patologijo minimina. Začetne raziskave enoagentnega preiskovanja so le potrdile možnost patologije [4] in na umetnih drevesih podale razloge za njen nastanek [5]. Naša naloga je zgraditi

splošen model enoagentnega preiskovanja, ki bi omogočal preučevanje vpliva na patologijo treh dejavnikov: vejitve, zrnatosti in podobnosti. S spreminjanjem teh količin pregledamo celoten prostor vrednosti parametrov in iz rezultatov ugotovimo iskane značilnosti modela.

## 2 SORODNA DELA

### 2.1 Patologija minimaksa

Odkritje patologije povezujemo s prizadevanji raziskovalcev o poizkusu formalne razlage, zakaj globlje preiskovanje z minimaksom v realnih igranju daje boljše rezultate. Pri tem sta Dana S. Nau leta 1979 [1] in Donald F. Beal leta 1980 [2] neodvisno odkrila zanimiv pojav, ki so ga poimenovali patologija minimaksa.

Razhajanja med teoretičnimi modeli in uporabo minimaksa v praksi je povzročilo veliko zanimanje med raziskovalci. Začeli so iskati lastnosti realnih iger, ki prispevajo k uspešnosti minimaksa. Med najpomembnejšimi so vejitve, število vrednosti v vozliščih in odvisnost bližnjih vozlišč. Kaluža idr. [6] so sestavili minimaks model, ki upošteva vse našete parametre in preveri njihov vpliv na pojav patologije. **V tej nalogi bomo naredil analizo, ali podobne relacije veljajo tudi v modelu minimin.**

### 2.2 Patologija minimina

Patologijo enoagentnega preiskovanja so odkrili Bultko idr. [4] šele leta 2003, zato je tudi slabše raziskana od patologije minimaksa. Patologijo je pokazal na enostavnem binarnem drevesu, ni pa ponudil razlage, zakaj do nje pride.

Podrobnejšo razlago pojava poda Luštrek [5, 7], kjer razloge razdeli v dve skupini:

- domena problema, na katero težko vplivamo
- uporabljena hevristična funkcija, na katero imamo vpliv.

Bultko je kasneje [8] ugotovil, da se patologija pojavi tudi izven sintetičnih preiskovalnih dreves, saj je tudi pri proučevanju igre osmih ploščic z uporabo hevristične funkcije predstavljene z umetno nevronske mreže naletel na patologijo.

Piltaver idr. [9] so proučeval patologijo v igri osmih ploščic. V igro so dodali nove poteze in tako omogočil spreminjanje vejitve. Pri različicah igre so opazili 13 skupin iger s faktorji vejitve med 1,56 in 4,44. Omenjeni faktorji vejitve so povprečni, saj nobena izmed iger nima uniformnega faktorja vejitve. Do jasnih zaključkov glede vpliva faktorja vejitve avtor ni prišel. Možno je zaznati, da večja vejitev povzroči večjo patologijo. Naslednji parameter, ki ga je moč spreminjati, je zrnatost hevristične funkcije. Izkaže se, da večja zrnatost hevristične funkcije zavira patologijo. Odvisnost bratskih vozlišč pa ni bilo mogoče neposredno spreminjati, saj je odvisnost vozlišč lastnost problema. Vpliv odvisnosti bratskih vozlišč so obravnavali na vseh različicah igre hkrati in tako dobil več izmerjenih vrednosti faktorja grozdenja za posamezne igre. Dobljene vrednosti so uredili po naraščajočem faktorju grozdenja in iz grafa razbrali, da večja odvisnost vozlišč povzroči manjšo patologijo preiskovanja.

S patologijo v igri osmih ploščic sta se ukvarjala tudi Sadikov in Bratko [10], kjer sta ugotovila, da je pesimistična hevristična funkcije učinkovitejša od optimistične, saj patologijo oslabi.

### 3 NEODVISNI MODEL

Gradnja neodvisnega modela se zgleduje po modelih opisanih v [6, 3], s to bistveno razliko, da je prirejen minimin preiskovanju in nekaterim dodatnim omejitvam domene. Model omogoča uporabo različnega števila pravih in hevrističnih vrednosti v vozliščih drevesa.

Pri računanju patologije se bomo osredotočili na napako poteze. Zanimal nas bo delež izbranih potez v korenu, ki ne vodijo v sina z najboljšo pravo vrednostjo. Verjetnost take napake, pri določeni globini preiskovanja  $d$  in hevristični funkciji  $h$ , označimo z  $E(h,d)$ . Sedaj lahko definiramo patološkost  $p$  z naslednjim izrazom:

$$p = \frac{E(h, d_2)}{E(h, d_1)}, 1 \leq d_1 < d_2 \leq d_{max} \quad (1)$$

Iz 1 lahko sklepamo, da vrednost  $p > 1$  pomeni prisotnost patologije. Nasprotno pa je patologija odsotna, ko je  $p < 1$ , saj je v tem primeru napaka pri globljem preiskovanju manjša kot pri plitvejšem.

Ugotavljanje patologije v modelu začnemo z gradnjo sintetičnega preiskovalnega drevesa. Zgrajeno drevo je podane vejitve  $b$  in globine  $d_{max}$ . Patološkost smo opazovali pri izbranih globinah preiskovanja  $d_1 = 1$  in  $d_2 = 5$ . S prirejenim algoritmom minimin, ki na vsakem nivoju vrne maksimalno vrednost, se sprehodimo čez drevo in ko pridemo do končne globine  $d_{max}$ , listom dodelimo eno izmed  $g$  naključnih realnih vrednosti z intervala  $[0, 1]$ . Ob vračanju algoritma pa se izračunajo tudi prave vrednosti notranjih vozlišč. Pri tem si zapomnemo  $b$  pravih vrednosti na prvem nivoju drevesa, s katerimi bomo v nadaljevanju ugotavljali napako poteze. Statično napako hevristične funkcije simuliramo tako, da pri preisko-

vanju do določene globine  $d$  pravih vrednostim vozlišč na nivoju  $d$  dodamo šum in s tem dobimo hevristične vrednosti. Za dodajanje šuma uporabimo Gaussov šum s standardnim odklonom  $\sigma = 0, 1$ .

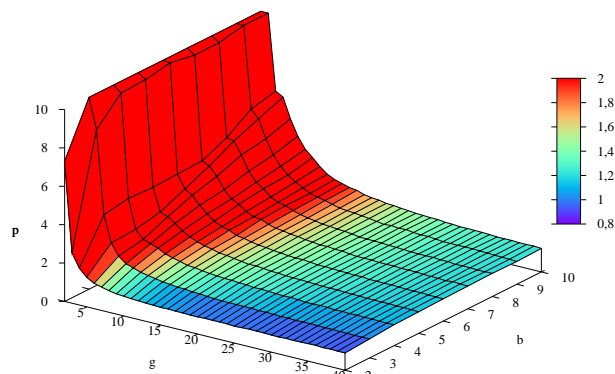
Pomemben parameter v modelu je zrnatost vozlišč preiskovalnega drevesa. Ta lastnost se je izkazala za zelo pomembno pri analizi minimaks patologije, zato smo jo na podoben način vpeljali tudi v našo simulacijo. Interval  $[0,1]$  smo razdelili na  $g$  podintervalov enake dolžine. Posamezna vrednost je predstavljena s srednjo vrednostjo podintervala. Nato mejo zadnjega intervala premaknemo na vrednost  $p_{leaves}$  in ustrezno popravimo tudi meje ostalih podintervalov.  $p_{leaves}$  definiramo z izrazom 2:

$$p_{leaves} = \sqrt[N]{1 - p_1}, N = b^{d_{max}-1} \quad (2)$$

Poglejmo še razmislek, ki je privedel do tega izraza. Preveč maksimalnih vrednosti v sinovih korena prepreči pojav patologije, zato definiramo mero  $p_1$ , ki predstavlja delež maksimalnih vrednosti na prvem nivoju drevesa. Iz tega podatka želimo izračunati kolikšen mora biti delež nemaksimalnih vrednosti v listih ( $p_{leaves}$ ), da dosežemo v korenu delež  $p_1$  maksimalnih vrednosti. Vrednosti v listih sedaj umestimo v ustrezen podinterval in tako dobimo v listih  $g$  različnih vrednosti.

Vsaka meritev je pridobljena s simulacijo Monte Carlo z 30000 drevesi. Vsakič smo izračunali količine, ki nas zanimajo, in rezultate povprečili. Tako smo dobili povprečene vrednosti za raven patologije in se izognili nihanjem, ki jih vnaša gradnja naključnih sintetičnih dreves.

Sedaj si pogledjmo rezultate simulacije s celotnim naborom parametrov. Na sliki 1 vidimo grafični prikaz izračunane stopnje patološkosti neodvisnih dreves ( $s = 0.0$ ). Ta je na grafu prikazana v odvisnosti od zrnatosti  $g$  in vejitve  $b$ . Navpično os grafa smo omejili na vrednost  $p = 10$ , saj tako lahko natančneje ugotovimo smernice pri spreminjanju posameznih parametrov.



Slika 1: Prikaz stopnje patološkosti neodvisnih dreves. Prikazana je v odvisnosti od zrnatosti  $g$  in vejitve  $b$

Pri konstantni zrnatosti se s povečevanjem vejitve povečuje stopnja patološkosti. To lahko razberemo iz naraščajočih krivulj, ki so prečne na  $g$  os. Povečevanje zrnatosti blagodejno vpliva na odpravo patološkosti, saj relativno hitro pada in se približuje proti  $p = 1$ . S povečanjem vejitve se število pravih vrednosti, potrebnih za odpravo patologije, zelo hitro povečuje.

## 4 ODVISNI MODELI

V prejšnjem poglavju smo opisali gradnjo naključnih preiskovalnih dreves. Kot je bilo pričakovano so taka drevesa patološka. Naslednja naloga je najti primeren način gradnje odvisnih ter delno odvisnih dreves. Taka drevesa so v praksi namreč bolj pogosta, saj so pri realnih igrah sosednja vozlišča precej podobna. Z eno odigrano potezo se namreč položaji bistveno ne spremenijo.

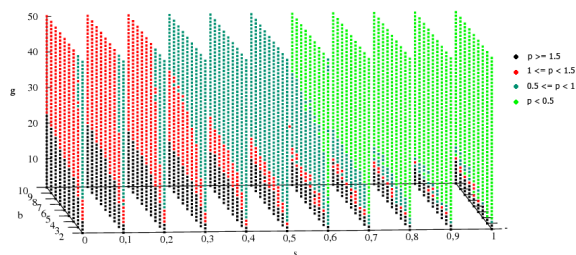
Uporabljeni pristop temelji na urejanju naključnih vrednosti. Tak model se je uporabilo tudi pri analizi patologije minimaksa [6] in zato bo uporaba tega načina omogočila bolj pošteno primerjavo rezultatov obeh modelov. Gradnja popolnoma odvisnih dreves se pri izbranem modelu začne od spodaj, torej pri listih drevesa. Vsem listom dodelimo pomožne naključne vrednosti, ki jih nato sortiramo po velikosti. Sedaj imajo listi od leve proti desni naraščajoče pomožne vrednosti. Dobljene vrednosti nato še preslikamo v ustrezne razrede zrnatosti na enak način, kot smo to storili v prejšnjem razdelku. Tako smo zgradili popolnoma odvisno drevo, kateremu pripišemo podobnost  $s = 1$ .

Sedaj imamo na razpolago neodvisna in popolnoma odvisna drevesa in nam ostane le še kombiniranje le-teh v delno odvisna drevesa. Preizkusili smo več načinov sestavljanja delno odvisnih dreves. Vsem pa je skupno to, da vsebujejo delež  $s_0$  listov odvisnega in delež  $1 - s_0$  listov neodvisnega drevesa. Pri vseh načinih gradnje pa dobimo kvalitativno enake rezultate.

Na sliki 2 je prikazan prostor parametrov vejitve, odvisnosti in zrnatosti ter izmerjena stopnja patologije za posamezne vrednosti. Na sliki je viden padec patološkosti pri povečevanju odvisnosti. Pojav je najbolj izrazit pri večjih vejitvah, kjer je jasno viden prehod iz črne barve v sivo. Naslednja značilnost je povečevanje stopnje patologije s povečevanjem vejitve, saj se z večevanjem le-te črno obarvana območja širijo proti večjim zrnatostim. Če opazujemo le en stolpec na grafu opazimo še eno značilnost: s povečevanjem zrnatosti stopnja patologije pada.

Na sliki 3b so prikazane mejne vrednosti  $g$ , pri katerih patologija izgine ( $p < 1$ ): s povečevanjem podobnosti meja patologije pada. Opazimo tudi, da je za odpravo patologije pri večjih vejitvah potrebna večja zrnatost. Model je kvalitativno primerljiv z minimaks modelom, le da v našem primeru meja patologije pri majhni stopnji podobnosti ne pade tako hitro, kot pri minimaks modelu.

Zavoljo primerljivosti s prejšnjimi raziskavami in umestitev realnih iger v zgrajeni model smo stopnjo



Slika 2: Stopnja patologije v minimin modelu preiskovanja.

podobnosti izmeriti s faktorjem grozdenja  $f$  (angl. clustering factor), ki je povzet po Sadikovu [11]. Definirana je kot količnik med povprečnim standardnim odklonom sinov in standardnim odklonom celotnega drevesa. Z izračunom je mogoče zaznati, kdaj so si bližnja vozlišča nadpovprečno podobna. Formula za izračun faktorja grozdenja je podana z izrazom 3.

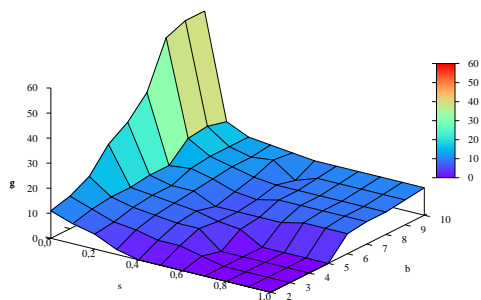
$$f = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^b (v_{ij} - \bar{v}_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}} \quad (3)$$

Na sliki 3 so prikazane mejne vrednosti zrnatosti  $g$  za oba modela. Na obeh slikah opazimo podobne značilnosti modela.

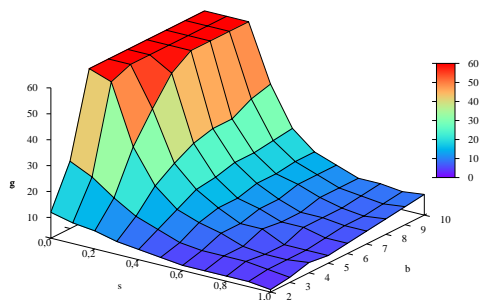
1. meja zrnatosti  $g$ , pri kateri patološkost doseže  $p = 1$  z vejitvijo narašča, s povečevanjem podobnosti pa pada,
2. patološkost je v modelu minimin bolj izrazita, saj je pri manjši odvisnosti meja zrnatosti, kjer patologija izgine, precej višja kot v minimaks modelu.

### 4.1 Primerjava z igro osmih ploščic

Poglejmo še primerjavo poteka patološkosti pri igri osmih ploščic in minimin modela. Za igro osmih ploščic so na voljo [9] podatki o povprečni vejitvi, stopnji podobnosti merjeni s faktorjem grozdenja in izračunano stopnjo patološkosti za večje število zrnatosti. Nad našim modelom smo pognali simulacijo z enakimi naborom parametrov. Na sliki 4 lahko vidimo potek patološkosti pri igri osmih ploščic in minimin modelu. Igra uporablja dve hevristični funkciji, za oceno položajev. Patološkost igre pri uporabi obeh funkcij je prikazana na grafu. Iz slike je razvidno, da model relativno dobro modelira potek stopnje patološkosti v igri, saj je potek vseh krivulj kvalitativno podoben. Le pri manjši zrnatosti je napaka modela večja.



(a) Minimaks model z urejanjem naključnih vrednosti



(b) Minimin model

Slika 3: Mejne vrednosti  $g$ , pri katerih je  $p = 1$

## 5 ZAKLJUČEK

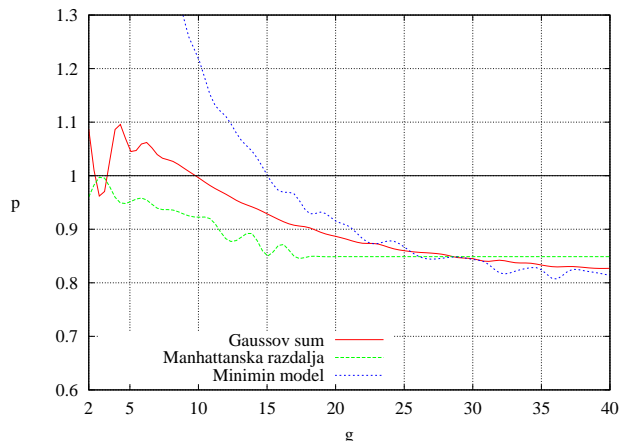
V članku smo ugotavljali, ali relacije v minimaks modelu veljajo tudi v modelu minimin. **Ugotovimo, da za oba modela kvalitativno veljajo enake relacije.**

Pri minimaksu igra vejitev pomembno vlogo, saj se s povečevanjem vejitve patološkost okrepi. Podobno obnašanje smo zaznali tudi pri analiziranju minimin modela.

Naslednji pomemben dejavnik je število pravih vrednosti v vozliščih drevesa. Povečevanje zrnatosti stopnjo patološkosti oslabi. Pri neodvisnem modelu opazimo, da se število vrednosti, ki so potrebne za odpravo patologije, z naraščanjem vejitve eksponentno povečuje. Tu je mogoče zaznati pomembno razliko med minimaks in minimin modeloma. Pri slednjem je namreč zadostno število vrednosti za odpravo patologije bistveno večje, kot pri minimaks modelu. Ta razlika je najbolj opazna pri večjih vejitvah.

Zadnji in eden najpomembnejših dejavnikov pa je odvisnost vozlišč v drevesu. Povečevanje odvisnosti pozitivno vpliva na patološkost v modelu, saj jo ublaži.

Opravili smo tudi primerjavo minimin modela z igro osmih ploščic in ugotovili, da model precej dobro modelira stopnjo patologije v igri, le pri manjši zrnatosti je napaka modela večja.



Slika 4: Primerjava minimin modela z igro osmih ploščic.

## Literatura

- [1] Dana S. Nau. *Quality of decision versus depth of search on game trees*. Doktorska disertacija, Duke University, 1979.
- [2] Donald F. Beal. An analysis of minimax. V zborniku *Advances in Computer Chess 2*, str. 103–109. Edinburgh University Press, 1980.
- [3] Mitja Luštrek, Matjaž Gams in Ivan Bratko. Is real-valued minimax pathological? *Artificial Intelligence*, 170(6):620–642, 2006.
- [4] V. Bulitko, Lihong Li, R. Greiner, I. Levner. Lookahead pathologies for single agent search. V zborniku *18th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, str. 1531–1533, 2003.
- [5] M. Lustrek. Pathology in single agent search. V zborniku *8. mednarodne multikonference Informacijska družba*, str. 345–348, 2005.
- [6] Boštjan Kaluža, Mitja Luštrek, Matjaž Gams in Aleš Tavčar. Pathology in minimax searching. V zborniku *Proceedings of the Sixteenth International Electrotechnical and Computer Science Conference (ERK 2007)*, zv. B, str. 107–110, 2007.
- [7] Mitja Lustrek, Vadim Bulitko. Thinking Too Much: Pathology in Pathfinding. V zborniku *ECAI 2008: 18th European Conference on Artificial Intelligence*, str. 899–900, 2008.
- [8] V. Bulitko. Lookahead Pathologies and Meta-level Control in Real-time Heuristic Search.. V zborniku *15th Euro-micro Conference on Real-Time Systems*, str. 113–16, 2003.
- [9] Rok Piltaver, Mitja Luštrek, Matjaž Gams. Search pathology of 8-puzzle. V zborniku *Proceedings of the 10th International Multiconference Information Society (IS 2007)*, zv. A, str. 8–12, 2007.
- [10] A. Sadikov, I. Bratko. Pessimistic heuristics beat optimistic ones in real-time search. V zborniku *European Conference on Artificial Intelligence (ECAI)*, str. 148–152, 2006.
- [11] Aleksander Sadikov. *Širjenje napak hevrističnih ocen v preiskovanju grafov iger*. Doktorska disertacija, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, 2005.