# PATOLOGIJA MINIMAKSA V SINTETIČNIH DREVESIH IN PEARLOVI IGRI

*Boštjan Kaluža, Mitja Luštrek, Matjaž Gams*
Odsek za inteligentne sisteme
Institut Jožef Stefan
Jamova 39, 1000 Ljubljana, Slovenija
Tel: 01 477 3944; fax:01 477 3131
E-pošta: bostjan.kaluza@ijs.si

**POVZETEK**

Pri igranju iger, ki temeljijo na načelu minimaks, običajno z globljim preiskovanjem dobimo boljše rezultate. Teoretične analize kažejo, da pri določenih pogojih iskanje z minimaksom z globljim preiskovanjem povzroči slabše rezultate, kar predstavlja patologijo. Prispevek predstavi model preiskovanja z minimaksom in dejavnike, ki vplivajo na stopnjo patologije. V nadaljevanju je model preiskovanja preizkušen na Pearlovi igri. Prikazan je izbor hevristične funkcije in skladnost rezultatov z modelom.

## 1 UVOD

Načelo minimaksa uporabljajo skorajda vsi programi za igranje iger. Tovrstni programi zgradijo drevo igre do neke globine, ocenijo situacijo igre in vrednosti z minimaksom prenesejo v koren drevesa. Praksa kaže, da z globljim preiskovanjem dobimo boljše rezultate, teoretične analize [1, 2, 3] pa so pokazale, da lahko z globljim preiskovanjem dobimo manj zanesljive rezultate kot pri plitvejšem preiskovanju. Pojav so poimenovali patologija.

V 2. sekciji so predstavljeni zgradba modela preiskovanja z minimaksom ter parametri modela. Drugi del sekcije predstavi patologijo v modelu in metode, s katerimi smo preučevali zakonitosti v modelu. V 3. sekciji je opisana Pearlova igra in razširitev igre na model. V nadaljevanju je razložen izbor primerne hevristične funkcije in predstavljene so meritve stopnje patologije v igri.

## 2 MODEL PREISKOVANJA Z MINIMAKSOM

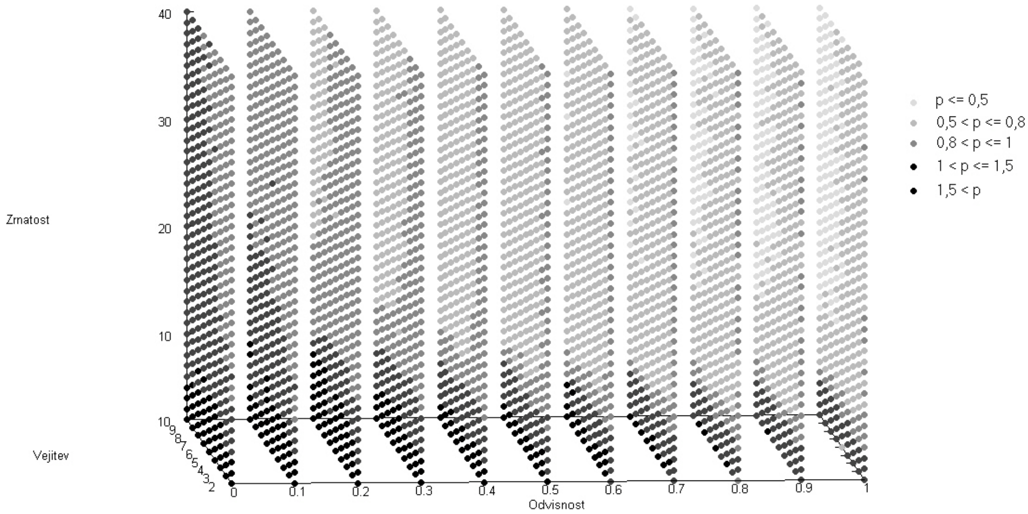
### 2.1 Zgradba modela

Za preučevanje patologije smo zgradili model preiskovanja z minimaksom [4], ki poskuša posnemati dogajanje v igri. Model ima tri parametre: vejitev - $b$ (branching), zrnatost - $g$ (granularity) in odvisnost - $s$ (similarity). Vejitev predstavlja število možnosti, med katerimi se igralec v vsaki potezi odloča. V modelu smo predpostavili, da je vejitev med igro konstantna. Zrnatost pomeni število različnih vrednosti, ki lahko nastopajo v vozliščih drevesa. Tako pri igri, kjer sta izida zmaga ali poraz, nastopata vrednosti 0 in 1 in zrnatost $g = 2$. Drevesa z odvisnostjo $s = 0$ imenujemo neodvisna drevesa in so zgrajena povsem naključno. V delno odvisnih drevesih ima delež $s$ bratskih listov podobne vrednosti, ki smo jih zgradili s pomočjo pomožnih vrednosti. Korenu smo pripisali vrednost $0,5$, nato pa smo pri vsakem prehodu na nižji nivo pomožne vrednosti sinov porazdelili z normalno porazdelitvijo okrog pomožne vrednosti starša. V listih so pomožne vrednosti postale prave vrednosti. S tem smo dosegli, da imajo bratska vozlišča podobne prave vrednosti, ki se razlikujejo za en nivo porazdeljevanja. Delno odvisnost drevesa glede na stopnjo $s$ smo zgradili tako, da smo deležu $s$ vozlišč na predzadnjem nivoju dodeli sinove s porazdeljeno pravo vrednostjo, preostalemu deležu $(1-s)$ pa sinove z naključno pravo vrednostjo.

Prave vrednosti v listih so normalno porazdeljene in predstavljajo prave izide igre. Model z minimaksom prenese vrednosti v listih v koren drevesa in pri tem določi prave vrednosti notranjih vozlišč. Za simulacijo napake hevristične funkcije, ki na dani globini oceni situacijo igre, smo uporabili Gaussov šum. Hevristične ocene pri preiskovanju do globine $d$ smo dobili s šumljenjem pravih vrednosti vozlišč na globini $d$. Prenesli smo jih pod koren in pri tem določili hevristične vrednosti notranjih vozlišč. Napaka v korenu pri izbrani globini preiskovanja $d$ predstavlja verjetnost za napačno potezo, ki je pridobljena z oceno hevristične funkcije, in jo označimo z $error_d$.

Do pojava patologije pride, ko je napaka pri globljem preiskovanju večja od napake pri plitvejšem preiskovanju. V modelu smo opazovali količnik med napakama na petem in prvem nivoju in ga označili s $p - pathology$. Patologija je torej prisotna, ko je $p > 1$, kar pomeni, da je napaka pri preiskovanju do globine 5 večja od napake pri preiskovanju do globine 1.

Zanimajo nas predvsem neodločene igre, kjer sta igralca izenačena, saj je v igrah, kjer je izid že odločen, vseeno, katero potezo igralec izbere. Pri dvovrednostnem modelu se verjetnost zmage in poraza uravnava s parametrom $c_b$ [5], ki v listih določa delež pravih vrednosti, ki predstavljajo zmago. Pri večvrednostnem modelu se interval $[0, 1]$ razdelili na $g$ podintervalov enake dolžine in premakne notranje meje podintervalov za najmanjšo razliko med $c_b$ in notranjo mejo [6]. Parameter $c_b$ je pri dvovrednostnih neodvisnih drevesih definiran tako, da se verjetnost zmage in poraza na sodih in lihih nivojih izmenjujeta. Izkazalo se je, da za doseganje iste lastnosti pri odvisnih drevesih potrebujemo nekoliko drugačne vrednosti. Parameter smo označili s $c'_b$ in ga izračunali s pomočjo dvovrednostnega delno odvisnega modela. Generi-




Slika 1 *Stopnja patologije v modelu preiskovanja z minimaksom*

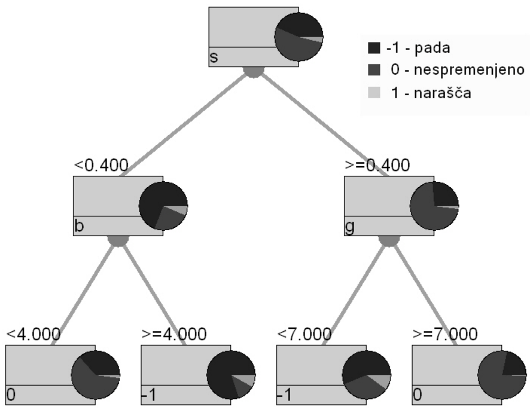
rali smo drevesa z različnimi vrednostmi parametra $c'_b$ z intervala $[0, 1]$ in na sodih nivojih opazovali količnik med deležem vrednosti, ki predstavljajo zmago in deležem vrednosti, ki predstavljajo poraz, na lihih nivojih pa njegovo obratno vrednost. Za parameter $c'_b$ smo izbrali vrednost, pri kateri je bil standardni odklon med količniki najmanjši. V ločenih izračunih smo parameter $c'_b$ določili za vsako stopnjo odvisnosti in vejitve.

### 2.2 Patologija v modelu

Obnašanje modela smo preučevali s simulacijo. Tvorili smo veliko število dreves z različnimi parametri (običajno 10000 za vsak nabor parametrov) in na njih merili stopnjo patologije. Rezultati meritev zanimivega dela prostora, kjer je mogoče zaznati prehod med patološkim in nepatološkim delom, so povzeti na sliki 1. Prikazan je prostor parametrov vejitve, odvisnosti in zrnatosti, s sivino pa je ponazorjena stopnja patologije: črna predstavlja visoko, svetla pa nizko stopnjo patologije.

Za razlago stopnje patologije smo si pri preučevanju pomagali s strojnim učenjem. Za učenje smo uporabljali algoritem C4.5 v programskem paketu Orange. Učni primeri so vsebovali 3762 meritev, ki so prikazane na sliki 1. Atributi učnih primerov so bili vejitev, odvisnost in zrnatost, predstavljeni so bili kot vrednosti na zveznem intervalu. Ciljni razred je stopnja patologije, razdeljena v tri diskretne intervale: $\{[0, 0.8], (0.8, 1], (1, \infty)\}$. Odločitveno drevo nakazuje, da je patologija pri manjši zrnatosti vedno prisotna, neodvisno od vejitve in odvisnosti, in izgine šele pri večji zrnatosti z veliko stopnjo odvisnosti. Da to drži, je mogoče preveriti na sliki 1. S slike je razvidno, da stopnja patologije z zrnatostjo intenzivno pada pri manjši stopnji odvisnosti, medtem ko je pri večji odvisnosti padanje zmerno.

Ker je s slike težko razbrati vse zakonitosti, ki pogojujejo stopnjo patologije, smo se ponovno zatekli k strojnemu učenju. Uporabili smo že opisane učne podatke in atribute, za ciljni razred pa smo postavili spremembo stopnje patologije vzdolž opazovanega parametra $a_i$ in označili smo jo z $\frac{dp}{da_i}$. Zaradi naključnosti simulacije rezultati rahlo nihajo, zato smo manjše nihaje zanemarili z definiranjem epsilona $\varepsilon = 0,05$. Stopnjo patologije, ki se vzdolž $a_i$ razlikuje za več kot $\varepsilon$, smo označili za naraščajočo in obratno smo stopnjo patologije, ki se razlikuje za več kot $-\varepsilon$, označili za padajočo. Ciljni razred $\frac{dp}{da_i}$ je zavzemal diskretne vrednosti $\{-1, 0, 1\}$.




Slika 2 *Spreminjanje patologije vzdolž odvisnosti* $\frac{dp}{da_s}$.

Z odločitvenega drevesa na sliki 2 je mogoče razbrati, da patologija s odvisnostjo povečini pada, intenzivneje pri manjših vejitvah z nizko stopnjo odvisnosti in manjših zrnatostih z visoko stopnjo odvisnosti. Vejitev pri popolnoma neodvisnih drevesih pogojuje mejo patologije, medtem ko pri delno odvisnih drevesih na mejo nima posebnega vpliva. Povečevanje vejitve se odraža v stopnji patologije, saj območjem, ki so patološka, stopnja patologije naraste, in obratno, stopnja patologije v nepatoloških območjih pade. Odločitvena drevesa tega pojava niso jasno prikazala, mogoče pa ga je razbrati iz slike 1.

## 3 PREIZKUS MODELA NA PEARLOVI IGRI

Pearlova igra [7] se igra na plošči velikosti $b^{\lceil \frac{d}{2} \rceil} \times b^{\lfloor \frac{d}{2} \rfloor}$, kjer sta $b$ in $d$ celi pozitivni števili ter $d$ pomeni število potez do konca igre, $b$ pa število delitev plošče, ki jih v posamezni potezi naredi igralec. Poljem na plošči se naključno pripiše vrednosti 0 ali 1 tako, da je število enic in ničel v razmerju $c_b$:$(1 - c_b)$. Naloga prvega igralca je, da ploščo navpično razdeli na polovico in izbere bodisi levo bodisi desno polovico. Drugi igralec razdeli ploščo vodoravno in izbere bodisi zgornjo bodisi spodnjo polovico. Igralca izmenično vlečeta potezi, dokler na plošči ne ostane eno samo polje. Če je vrednost v polju enaka 1, zmaga igralec, ki je naredil prvo potezo, sicer zmaga njegov nasprotnik.

Igra v osnovi predstavlja dvovrednostni neodvisni model. Razširitev na večvrednostni model je dokaj enostavna, saj lahko poljem pripišemo več vrednosti. V nasprotju z dvovrednostnim modelom sedaj ne moremo več govoriti o zmagi in porazu, lahko pa vrednosti interpretiramo kot točke, kjer si prvi igralec prizadeva za čim višje in drugi igralec za čim nižje število točk. Odvisnost med posameznimi polji smo vpeljali na enak način kot pri modelu iz sekcije 2. Pri izvirni igri igralca v vsaki potezi delita ploščo na polovico, kar predstavlja vejitev $b = 2$. Če želimo doseči drugačno vejitev $b$, morata igralca v vsaki potezi razdeliti ploščo na $b$ delov in izbrati enega.

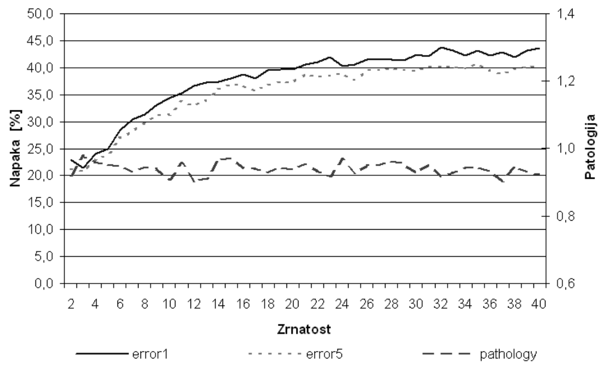
Simulacija igre je potekala na igralni plošči $b^4 \times b^3$, kar pomeni 7 potez in drevo igre višine $d = 7$. Globina drevesa je v igri večja kot v modelu, ker ne uporabljamo zašumljenih pravih vrednosti, ampak hevristične funkcije, kakršne bi lahko uporabljali programi za igranje iger. Te funkcije pa na spodnjih dveh nivojih ne delajo napak. Za izračun pravih vrednosti vozlišč smo igro odigrali do konca in vrednosti prenesli pod koren. Hevristične vrednosti smo pridobili tako, da smo igro odigrali do izbrane globine (1 ali 5) in uporabili hevristično funkcijo. Napako pri izbrani globini preiskovanja in patologijo smo izračunali na enak način kot v modelu.

### 3.1 Hevristične funkcije

Napaka in posledično patologija je odvisna od hevristične funkcije. Ker za Pearlovo igro ni splošno sprejete hevristične funkcije, smo se odločili, da bi veljalo preizkusiti nekaj hevrističnih funkcij, preveriti njihove napake in oceniti patologijo.

Najprej smo za hevristično funkcijo preizkusili šum, ki smo ga uporabljali v modelu. Rezultati so bili povsem skladni z modelom, kar smo tudi pričakovali.

Nau [7] je za hevristično oceno uporabljal povprečje, ki ga je izračunal iz vrednosti na preostalem delu plošče. Igralec, ki želi večjo vrednost, bo izbral del plošče z večjim povprečjem in obratno bo njegov nasprotnik, ki želi manjšo vrednost izbral del plošče z manjšim povprečjem. Na sliki 3 so prikazane napaka na prvem in petem nivoju, ki se nanašata na levo navpično os, in stopnja patologije, ki se nanaša na desno navpično os.




Slika 3 *Hevristična funkcija povprečje pri vejitvi* $b = 2$ *in odvisnosti* $s = 0$

Naslednja hevristična funkcija, ki smo jo preizkusili, je mediana in izhajali smo iz podobnih predpostavk kot pri povprečju. Izkaže se, da je hevristična funkcija z mediano pri ocenjevanju na globini 1 enako dobra kot ocenjevanje s povprečjem, pri ocenjevanju na globini 5 pa je pri manjši zrnatosti bistveno slabša, saj je napaka skoraj dvakrat večja. Stopnja patologije je v tem delu bistveno nižja.

Pri tretji hevristični funkciji smo izhajali iz dejstva, da je za igralca ugodno, če so sosednje vrednosti polj po delitvi čim bolj enake (čim večje za prvega in čim manjše za drugega igralca), saj s tem postane vseeno, kakšno potezo bo izbral nasprotnik. Hevristična funkcija $h_d$ na b-delih plošče izračuna vsoto absolutnih razlik vseh polj do svojih sosedov. Izračun hevristične ocene je prikazan v formuli 1, kjer so $P$ polja iz dela plošče, $N(p)$ pa polja, ki so sosednja polju $p$.

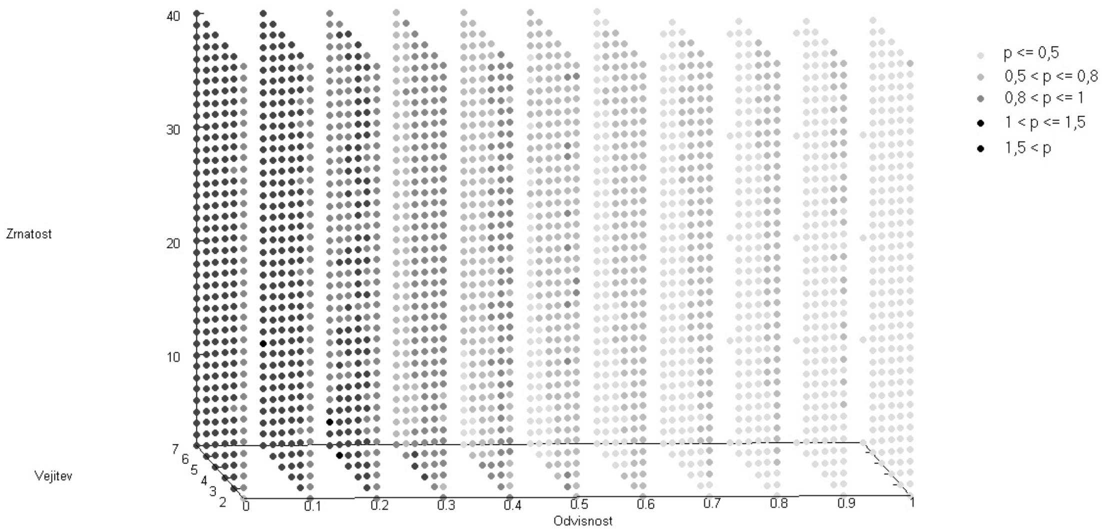
$$h_d = \sum_{p \in P} \sum_{v_i \in N(p)} (|v_i - p|) \tag{1}$$

Graf napake in stopnje patologije pri uporabi hevristične funkcije $h_d$ je podoben grafu na sliki 3, le da sta napaki zamenjani. Opazimo lahko zanimiv pojav, da je ocena funkcije na nivoju 1 vedno nekoliko boljša (manjša napaka) od ocene na nivoju 5 (večja napaka) in posledično je patologija vedno prisotna.

Četrta hevristična funkcija, ki smo jo poimenovali *maxmin*, najprej izračuna minimalne vrednosti stolpcev na b-delih plošče in vrne maksimalno vrednost. Izračuna se po formuli 2, kjer so $R$ vrednosti stolpcev na delu plošče.

$$h_{mm} = \max(\min_{r \in R}(r)) \tag{2}$$

Funkcija $h_{mm}$ se obnaša precej podobno kot hevristična




Slika 4 *Stopnja patologije pri Pearlovi igri*

funkcija povprečje (slika 3), le da sta obe napaki v povprečju višji za 10 odstotnih točk.

Izbira hevristične funkcije močno vpliva na velikost napake in posledično na stopnjo patologije. Odločitev, katero hevristično funkcijo bomo uporabili za nadaljnje meritve, smo sprejeli na osnovi napake hevristične funkcije. V praksi si namreč želimo, da bi imela hevristična funkcija čim manjšo napako. Kot najprimernejša se izkaže hevristična funkcija povprečje, saj ima najmanjšo napako pri ocenjevanju. Ostale preizkušene funkcije imajo bodisi v celoti bodisi deloma večjo napako.

### 3.2 Meritve in rezultati

Nadaljnje meritve smo simulirali s hevristično funkcijo povprečje, kjer smo za vsak nabor parametrov $b$, $s$ in $g$ odigrali 5000 iger. Opazovano napako in patologijo smo povprečili po igrah, rezultati stopnje patologije pa so povzeti na sliki 4.

Patologija se pojavi šele pri vejitvi $b > 2$, stopnja patologije pa po napovedih modela z odvisnostjo pada. Nekoliko presenetljivo pa na stopnjo patologije zrnatost nima vpliva. Pri večji stopnji odvisnosti je mogoče zaznati celo manjši trend povečevanja stopnje patologije z naraščanjem zrnatosti, vendar je stopnja patologije še vedno v nepatološkem območju. Vpliv vejitve ustreza napovedim modela, saj stopnja patologije pri povečevanju vejitve upada v nepatoloških in narašča v patoloških področjih.

## 4 ZAKLJUČEK

Rezultati modela s skladni z obstoječimi raziskavami [5, 6] in predstavijo celoten prostor parametrov vejitve, zrnatosti in odvisnosti. Osvetlili smo patologijo v modelu ter s pomočjo simulacije in strojnega učenja pokazali vpliv parametrov na stopnjo patologije.

Stopnja patologije v Pearlovi igri v skladu z modelom pada z odvisnostjo in vejitev potencira stopnjo patologije. Zrnatost na stopnjo patologije nima večjega vpliva, kar gre pripisati hevristični funkciji.

V nadaljnjem delu bomo preizkusili še druge realne igre, kot je npr. šah, in preverili skladnost z modelom. Vzporedno opravljamo meritve tudi na minimin drevesih, ki kažejo, da je pojav patologije prisoten tudi pri tem tipu dreves.

### Literatura


[1] Dana S. Nau: *Quality of decision versus depth of search on game trees*. Doktorska disertacija, Duke University, 1979.

[2] Mitja Luštrek, Matjaž Gams, Ivan Bratko: *Is Real-Valued Minimax Pathological?*. Artificial Intelligence, 2006.

[3] Mitja Luštrek, Ivan Bratko, Matjaž Gams: *Why Minimax Works: An Alternative Explanation*. IJCAI conference, 2005.

[4] Boštjan Kaluža, Mitja Luštrek, Matjaž Gams, Aleš Tavčar: *Patologija pri iskanju z minimaksom*. International Electrotechnical and Computer Science Conference (sprejeto), 2007.

[5] Dana S. Nau: *Pathology on Game Trees Revisited, and an Alternative to Minimaxing*. Artificial Intelligence, 1983.

[6] Mitja Luštrek: *Patologija v hevrističnih preiskovalnih algoritmih*. Doktorska disertacija, Univerza v Ljubljani, 2007.

[7] Dana S. Nau: *An Investigation of the Causes of Pathology in Games*. Artificial Intelligence, 1982.